5. Errori su una serie di misure

In alcuni casi è possibile ripetere più volte la misurazione di un fenomeno; in questa situazione si affronta uno studio di tipo statistico.

Cominciamo con l'osservare che abbiamo a disposizione un numero n di misure: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Si prosegue valutando il valore medio $\overline{x}$, ottenuto dalla classica forma della media tra *n* numeri reali:

$$\overline{x} = \frac{\sum_n Misure}{n}$$

Si introduce poi un altro valore: la *semincertezza*, ottenuta eseguendo

$$Semi - incertezza = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

Nel caso di una serie di misure, l'errore assoluto è il valore massimo tra la sensibilità dello strumento e la semi- incertezza.

L'errore relativo è il rapporto tra l'errore assoluto ed il valore medio $\overline{x}$; infine l'errore percentuale è dato dall'errore relativo per 100.

La misura fisica sarà così denotata:

$$Mis\ Fis = \overline{x} + E_{ass}$$

Dopo aver effettuato questi calcoli, è opportuno evidenziare come questo studio trova la massima ricaduta su un discorso orientato non più sulla bontà dello strumento utilizzato, bensì sull'aspetto statistico delle misure effettuate.

Esercizio

Siano considerate le seguenti misure del tempo di oscillazione di un pendolo:

$t_1 = 10{,}8$ s	$t_3 = 10{,}7$ s	$t_5 = 11{,}1$ s
$t_2 = 10{,}9$ s	$t_4 = 11{,}0$ s	$t_6 = 10{,}8$ s

t_7 = 10,7 s	t_9 = 11,2 s	t_{11} = 10,9 s
t_8 = 11,0 s	t_{10} = 11,3 s	t_{12} = 11,0 s

Calcola gli errori commessi su questa serie di misure.

Svolgimento

Il valore medio si calcola nel modo seguente

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} t_i}{12} = \frac{131,4}{12} = 10,95\ s$$

Successivamente si calcola la semi incertezza:

$$(Semincertezza)\ S = \frac{(11,3-10,7)s}{2} = 0,3\ s$$

Adesso si può procedere con il calcolo degli errori:

$$E_{ass} = 0,3s \qquad E_{rel} = \frac{0,3s}{10,95\ s} = 0,027 \qquad E_{\%} = 2,7\%$$

Il risultato ci conferma la bontà della serie di misure con un'errore percentuale al di sotto del 5%!

La misura fisica sarà:

$$Misura\ fisica = (10,95 \pm 0,3)s$$

Esercizio

Siano considerate le seguenti misure del tempo di oscillazione di un pendolo:

t_1 = 4,51 s	t_2 = 4,63 s
t_3 = 4,47 s	t_4 = 4,62 s

t_5 = 4,50 s	t_9 = 4,59 s
t_6 = 4,55 s	t_{10} = 4,30 s
t_7 = 4,70 s	t_{11} = 4,44 s
t_8 = 4,62 s	t_{12} = 4,59 s

$$\left[ris.\ \bar{x} = 4,54\,s;\ S = 0,2\,s;\ E_{ass} = 0,2s;\ E_{rel} = 0,044;\ E_{\%} = 4,4;\ mis\,fis = (4,54 \pm 0,2)s\right]$$

Considera l'oscillazione di un pendolo misurata da 10 studenti che riportano le seguenti misurazioni del tempo (in secondi):

t_1 = 7,42 s	t_6 = 7,53 s
t_2 = 7,51 s	t_7 = 7,71 s
t_3 = 7,44 s	t_8 = 7,55 s
t_4 = 7,44 s	t_9 = 7,50 s
t_5 = 7,49 s	t_{10} = 7,49 s

Applicando un'indagine statistica, calcola gli errori commessi per questa serie di misure.

Grandezze fisiche proporzionali

Dall'esperienza quotidiana è noto che, osservando dei fenomeni apparentemente scollegati, siamo in grado di scoprire legami nascosti o, quantomeno, mai ricavati.

Può essere un esempio concreto il rapporto tra il perimetro ed il lato di un quadrato!

$$\frac{P}{l} = \frac{4l}{l} = 4.$$

E questo risultato vale per tutti i quadrati, ma sembra un'osservazione banale…

Due grandezze fisiche X ed Y si dicono *direttamente proporzionali* quando è verificata una di queste tre condizioni:

1. Al raddoppiare della grandezza fisica X, raddoppia anche l'altra grandezza fisica Y; al triplicare di una, triplica anche l'altra; e così via.
2. Il loro rapporto resta costante:

$$\frac{Y}{X} = \text{costante}$$

3. Se si procede alla rappresentazione delle corrispondenti coppie di valori (X;Y) sul piano cartesiano, viene rappresentata una retta che passa per l'origine degli assi.

Esempi di grandezze fisiche direttamente proporzionali sono la velocità e la densità.

Analizziamo una: *la velocità*.

Essa esprime il rapporto tra una lunghezza percorsa ed il tempo impiegato a percorrerla; in formule:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Banalmente, la formula è espressa da un rapporto: se questo resta costante in tutto l'intervallo di tempo in cui osserviamo il fenomeno, possiamo dire che si tratta di un *moto uniforme*[2].

[2] questo argomento lo studieremo quando affronteremo lo studio dei moti

Due grandezze fisiche X ed Y si dicono *inversamente proporzionali* quando è verificata una di queste tre condizioni:

1. Al raddoppiare di una grandezza fisica X, dimezza l'altra grandezza fisica Y; al triplicare di una, l'altra diventa la terza parte; e così via.
2. Il loro prodotto resta costante:

$$X \cdot Y = costante;$$

3. Se si procede alla rappresentazione delle corrispondenti coppie di valori (X;Y) sul piano cartesiano, viene rappresentata una parabola equilatera, con centro nell'origine degli assi

Prova a costruire una relazione tra grandezze il cui rapporto è π; oppure il cui prodotto fa sempre 100!